

Soluciones de circunferencias I

Ejercicio 1 resuelto

Determina las coordenadas del centro y del radio de las circunferencias:

$$1 \quad x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$$

$$-4 = -2a \quad a = 2$$

$$-6 = -2b \quad b = 3$$

$$C(2, 3)$$

$$-12 = 2^2 + 3^2 - r^2 \quad r = 5$$

$$2 \quad x^2 + y^2 + 3x + y + 10 = 0$$

$$3 = -2a \quad a = -\frac{3}{2}$$

$$C\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$$1 = -2b \quad b = -\frac{1}{2}$$

$$10 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - r^2 \quad r = \sqrt{\frac{-30}{4}} \notin \mathbb{R}$$

No es una circunferencia real

$$3 \quad 4x^2 + 4y^2 - 4x + 12y - 6 = 0$$

Dividiendo por 4:

$$x^2 + y^2 - x + 3y - \frac{3}{2} = 0$$

$$-1 = -2a \quad a = \frac{1}{2}$$

$$C\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$$

$$3 = -2b \quad b = -\frac{3}{2}$$

$$-\frac{3}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - r^2 \quad r = 2$$

4 $4x^2 + 4y^2 - 4x - 8y - 11 = 0$

$$x^2 + y^2 - x - 2y - \frac{11}{4} = 0$$

$$-1 = -2a \quad a = \frac{1}{2}$$

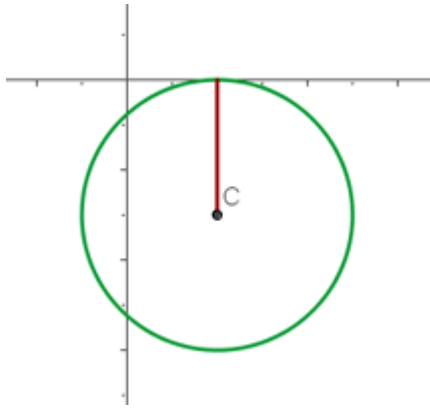
$$C\left(\frac{1}{2}, 1\right)$$

$$-2 = -2b \quad b = 1$$

$$-\frac{11}{4} = \frac{1}{4} + 1 - r^2 \quad r = 2$$

Ejercicio 2 resuelto

Calcula la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en $(2, -3)$ y es tangente al eje de abscisas.



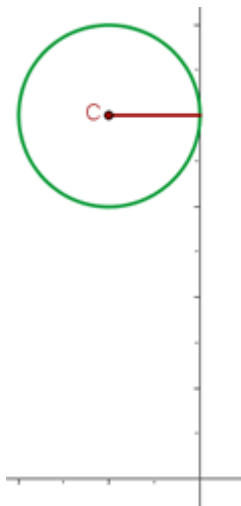
$$C(2, -3) \quad s \equiv y = 0$$

$$r = d(C, s) = 3$$

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 3^2$$

Ejercicio 3 resuelto

Calcula la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en $(-1, 4)$ y es tangente al eje de ordenadas.



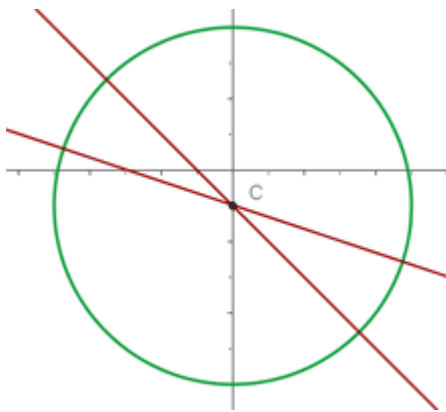
$$C(-1, 4) \quad s \equiv x = 0$$

$$r = d(C, s) = 1$$

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 1$$

Ejercicio 4 resuelto

Calcula la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el punto de intersección de la rectas $x + 3y + 3 = 0$, $x + y + 1 = 0$, y su radio es igual a 5.



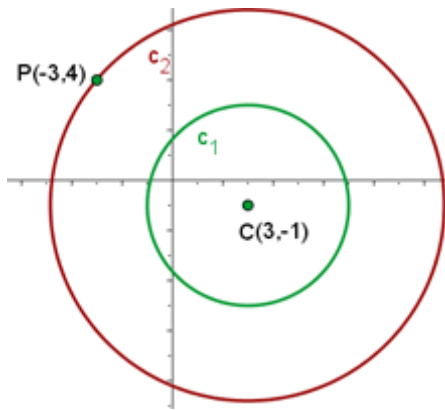
$$\begin{cases} x + 3y + 3 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \quad C(0, -1)$$

$$A = -2 \cdot 0 = 0 \quad B = -2 \cdot (-1) = 2$$

$$C = 0^2 + (-1)^2 - 5^2 \quad C = -24$$

Ejercicio 5 resuelto

Hallar la ecuación de la circunferencia concéntrica con la ecuación $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$, y que pasa por el punto $(-3, 4)$.



Por ser concéntricas tienen el mismo centro.

$$-6 = -2a \quad a = 3$$

$$2 = -2b \quad b = -1$$

$$C(3, -1) \quad P(-3, 4)$$

$$r = d(P, C) = \sqrt{(3+3)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{61}$$

$$A = -6 \quad B = 2$$

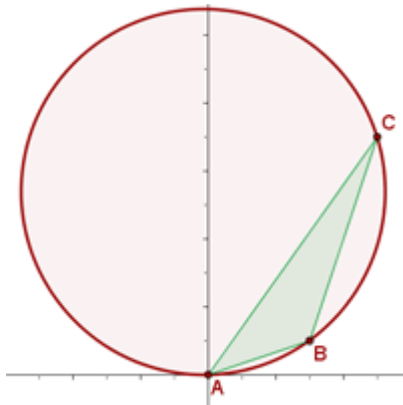
$$C = 3^2 + (-1)^2 - (\sqrt{61})^2 = -51$$

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y - 51 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2y - 24 = 0$$

Ejercicio 6 resuelto

Hallar la ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo de vértices: A(0, 0), B(3, 1), C(5, 7).



$$\begin{cases} 0^2 + 0^2 + A \cdot 0 + B \cdot 0 + C = 0 \\ 3^2 + 1^2 + A \cdot 3 + B \cdot 1 + C = 0 \\ 5^2 + 7^2 + A \cdot 5 + B \cdot 7 + C = 0 \end{cases}$$

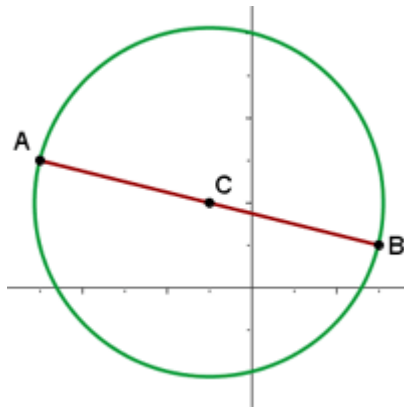
$$\begin{cases} C = 0 \\ 3A + B + C = -10 \\ 5A + 7B + C = -74 \end{cases}$$

$$A = \frac{1}{4} \quad B = -\frac{43}{4} \quad C = 0$$

$$x^2 + y^2 + \frac{1}{4}x - \frac{43}{4}y = 0$$

Ejercicio 7 resuelto

Los extremos del diámetro de una circunferencia son los puntos A(-5, 3) y B(3, 1). ¿Cuál es la ecuación de esta circunferencia?



$$r = \frac{1}{2} d(A, B) = \frac{1}{2} \sqrt{(3+5)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{17}$$

$$C = \left(\frac{-5+3}{2}, \frac{3+1}{2} \right) = (-1, 2)$$

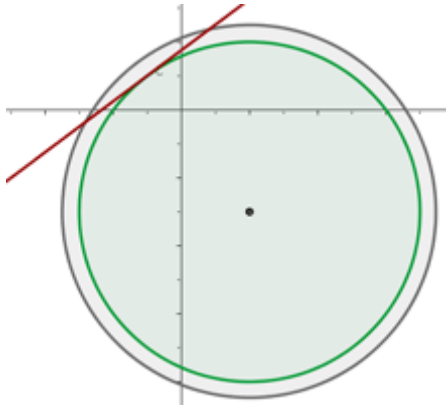
$$A = -2 \cdot (-1) = 2 \quad B = -2 \cdot 2 = -4$$

$$C = (-1)^2 + 2^2 - (\sqrt{17})^2 = -12$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 12 = 0$$

Ejercicio 8 resuelto

Hallar la ecuación de la circunferencia concéntrica a la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 17 = 0$ que sea tangente a la recta $3x - 4y + 7 = 0$.



$$-4 = -2a$$

$$a = 2$$

$$C(2, -3)$$

$$6 = -2b$$

$$b = -3$$

$$r = d(C, s) = \frac{2 \cdot 3 - 4(-3) + 7}{\sqrt{9 + 16}} = 5$$

$$A = -4$$

$$B = 6$$

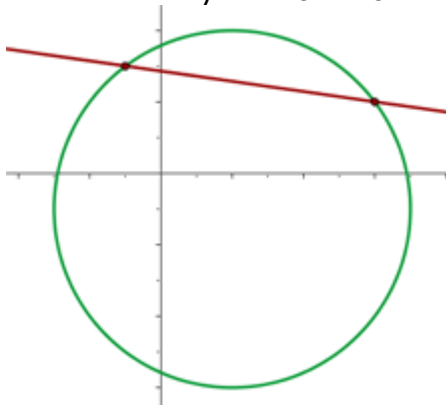
$$C = 4 + 9 - 25 = -12$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$$

Ejercicio 9 resuelto

Estudiar la posición relativa de la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$ con las rectas:

$$1 \quad x + 7y - 20 = 0$$



$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0 \\ x + 7y - 20 = 0 \end{cases}$$
$$x = 20 - 7y \qquad y^2 - 5y + 6 = 0$$

$$y_1 = 3 \qquad x_1 = -1 \qquad P(-1, 3)$$

$$y_2 = 2 \qquad x_2 = 6 \qquad Q(6, 2)$$

Secantes

unprofesor.com